Chapitre 2

Entropie et deuxième principe

2.1 Entropie comme fonction d'état

Déterminer quelles fonctions suivantes peuvent représenter l'entropie d'un système de température positive. Dans ces expressions, E_0 et V_0 sont des constantes représentant une énergie par mole et un volume, respectivement.

1)
$$S\left(U,V,N\right) = NR\ln\left(1+\frac{U}{NE_0}\right)+\frac{RU}{E_0}\ln\left(1+\frac{NE_0}{U}\right)$$

2)
$$S\left(U,V,N\right) = \frac{RU}{E_0}\exp\left(-\frac{UV/V_0}{NE_0}\right)$$

3)
$$S\left(U,V,N\right) = \frac{RU}{\left(V^3/V_0^3\right)E_0}$$

4)
$$S\left(U,V,N\right) = RN^{2/5}\ \frac{U^{3/5}V^{2/5}}{E_0^{3/5}V_0^{2/5}}$$

2.2 Travail dépendant du processus

Trois processus sont effectués sur un gaz d'un état initial (p_1, V_1) à un état final (p_2, V_2) :

1) un processus isochore (volume constant) suivi d'un processus isobare (pression constante),
2) un processus isobare suivi d'un processus isochore,
3) un processus où pV est constant.

Pour ces trois processus, déterminer le travail effectué sur le gaz de l'état initial à l'état final. Ces processus sont supposés réversibles. Déterminer les expressions analytiques des travaux d'abord puis donner ensuite leurs valeurs numériques en joules.

Application numérique

$p_1 = p_0 = 1$ bar, $V_1 = 3\,V_0$, $p_2 = 3\,p_0$ et $V_2 = V_0 = 1$ l.

2.3 Pompe à vélo

De l'air est comprimé dans la chambre à air d'un pneu de vélo à l'aide d'une pompe à vélo. La poignée de la pompe est descendue d'une position initiale x_2 à une position finale x_1 où $x_1 < x_2$ et la norme de la force est supposée être donnée par,

$$F\,(x) = F_{\text{max}}\,\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}$$

Le processus est supposé être réversible et le cylindre de la pompe a une section de surface A. Déterminer en termes de la pression atmosphérique $p^{\,\text{ext}}$,

1) le travail W_p effectué par la main sur la poignée de la pompe,
2) la pression $p\,(x)$,
3) le travail W_{12} effectué sur le système d'après la relation (**??**).

Application numérique

$F_{\text{max}} = 10$ N, $x_1 = 20$ cm, $x_2 = 40$ cm, $A = 20$ cm^2 et $p^{\,\text{ext}} = 10^5$ Pa.

2.4 Se frotter les mains

Se frotter les mains est un processus dissipatif qu'on désire modéliser et quantifier. On considère les mains comme des solides indéformables et on suppose qu'il n'y a pas de transfert de chaleur entre les mains et l'environnement.

1) Déterminer la puissance extérieure $P^{\,\text{ext}}$ dissipée par le frottement durant ce processus en termes de la force de frottement $\boldsymbol{F}^{\,\text{fr}}$ et de la vitesse $\boldsymbol{v}$, supposée constante, d'une main par rapport à l'autre.
2) A température ambiante T, déterminer le taux de production d'entropie Π_S de ce processus.

Application numérique

$\|\boldsymbol{F}^{\,\text{fr}}\| = 1\,\text{N}$, $\|\boldsymbol{v}\| = 0.1\,\text{m/s}$ et $T = 25°\text{C}$

~~2.5~~ Echauffement par brassage

Dans une expérience analogue à celle de Joule, on utilise un moteur électrique au lieu d'un poids de masse M pour brasser le liquide. On considère que la puissance thermique P_Q due au frottement visqueux est connue. De plus, on suppose que l'énergie interne U est une fonction de la température T telle que $U = M\, c_M\, T$, où le coefficient c_M, qui représente la chaleur spécifique par unité de masse et de température, est connu et indépendant de la température.

1) Déduire l'accroissement de température ΔT dû au brassage qui a lieu durant un intervalle de temps Δt.
2) Déterminer l'expression de la variation d'entropie ΔS durant ce processus dont la température initiale est T_0.

Application numérique

$M = 200$ g, $P_Q = 19$ W, $c_M = 3$ J g^{-1}K^{-1}, $\Delta t = 120$ s et $T_0 = 300$ K.

2.6 Variation d'entropie dans l'eau

De l'eau est chauffée par un petit chauffage électrique et la température de l'eau est mesurée. Le chauffage fournit de la chaleur au système à l'aide d'une puissance thermique P_Q. Le récipient est un calorimètre dont on peut négliger l'absorption de chaleur. Avant d'enclencher le chauffage, la température de l'eau est T_0 et son entropie est S_0. Une évolution linéaire de la température donnée par $T\,(t) = T_0 + A\ t$ est observée. Déduire la variation d'entropie ΔS durant ce processus, qu'on supposera réversible.

~~2.7~~ Horloge suisse

Une entreprise horlogère suisses mentionne dans son catalogue la puissance mécanique P_W dissipée par une de ses horloges (fig. **??**). Le travail effectué sur l'horloge est dû à des fluctuations de température ΔT autour de la température ambiante moyenne T. Il permet à l'horloge de fonctionner durant un intervalle de temps Δt. On considère que la pression atmosphérique $p^{\,\text{ext}}$ est égale à la pression du gaz p, i.e. $p^{\,\text{ext}} = p$. La pression p et le volume V du gaz sont liés par la loi des gaz parfait $pV = NRT$ où R est la constante des gaz parfait. En considérant que le gaz à l'intérieur la capsule est toujours à l'équilibre avec l'air à l'extérieur de la capsule (pression et température intérieures et extérieures égales). D'après les données de l'entreprise horlogère, estimer le volume V de la capsule de gaz utilisée pour faire fonctionner cette horloge.

Application numérique

$P_W = 0.25 \cdot 10^{-6}$ W, $T = 25°C$, $\Delta T = 1$°C, $p^{\,\text{ext}} = 10^5$ Pa et $\Delta t = 1$ jour.

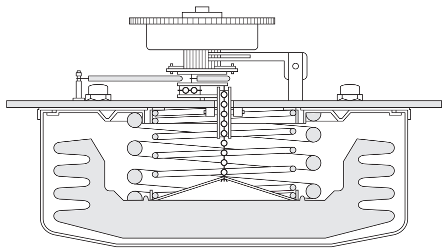

Fig. 2.1 Un horloge reçoit de l'énergie d'une capsule de gaz (zone grise). Le gaz se détend et se comprime sous l'effet des fluctuations de la température ambiante.

~~2.8~~ Détentes réversible et irréversible d'un gaz

Une mole de gaz subit une détente au moyen de deux processus différents. Le gaz satisfait l'équation d'état $p\,V = N R T$ où R est une constante, N est le nombre de moles, p la pression, T la température et V le volume du gaz. Les températures initiales et finales sont T_0. Les parois du récipient sont diathermes. Toutefois, si un processus a lieu extrêmement rapidement, les parois peuvent être considérées comme adiabatiques. La pression initiale du gaz est p_1, la pression finale est p_2. Exprimer le travail effectué sur le gaz en termes de p_1, p_2 et T_0 pour les processus suivants :

1) un processus isotherme réversible,
2) une variation de volume extrêmement rapide durant laquelle la pression exercée sur le gaz vaut p_2, suivie par un processus isochore durant lequel la température atteint à nouveau la température d'équilibre T_0.

2.9 Processus adiabatique réversible sur un gaz

Un gaz parfait à pression p et volume V est tel que son énergie interne est donnée par $U = c\,p\,V$, où c est une constante sans dimension. Déterminer le pression $p\,(V)$ pour une compression ou une expansion adiabatique réversible.

2.10 Compression thermique d'un ressort

On considère un piston de masse négligeable coulissant sans frottement dans un cylindre d'aire A et attaché à un ressort dont la constante de rappel est k (fig. **??**). Lorsque le cylindre est vide, le piston se trouve en position x_0. On le remplit d'un gaz parfait qui satisfait la loi $p\,V = N R T$. L'énergie interne du gaz est donnée par $U = c\,N R T$ où $c > 0$ est une constante et $R > 0$ également. Après remplissage, il se trouve alors à l'équilibre en position initiale x_i. On chauffe le cylindre et on constate qu'il se trouve alors à l'équilibre en position finale x_f. On suppose que ce processus est réversible et que le système se trouve dans une enceinte à vide, c'est-à-dire que la pression dans l'enceinte est nulle. La masse du piston n'est pas prise en considération ici.

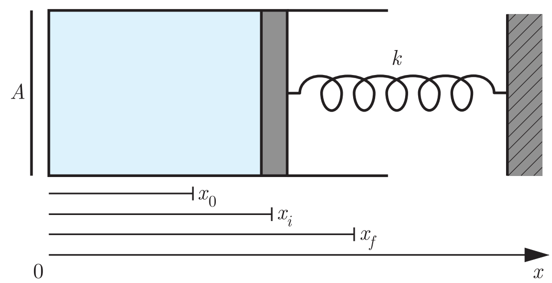

Fig. 2.2 Un piston enfermant un gaz passe de la position x_i à la position x_f, lorsque le gaz contenu dans le cylindre est chauffé. Le piston est retenu par un ressort de constante élastique k. La position au repos du ressort est en x_0.

1) Déterminer le volume V_a, la pression p_a et la température T_a du gaz en position d'équilibre a en termes des paramètres k, A, x_0 et x_a.
2) Montrer que la dérivée de la pression p par rapport au volume V est de la forme,
$$\frac{dp}{dV} = \frac{k}{A^2}$$
3) Déterminer le travail $-W_{if}$ effectué par le gaz sur le ressort lorsque le piston se déplace de x_i à x_f en termes des paramètres k, x_i et x_f.
4) Déterminer la variation d'énergie interne ΔU_{if} du gaz lorsque le piston se déplace de x_i à x_f en termes des paramètres k, c, x_0, x_i et x_f.